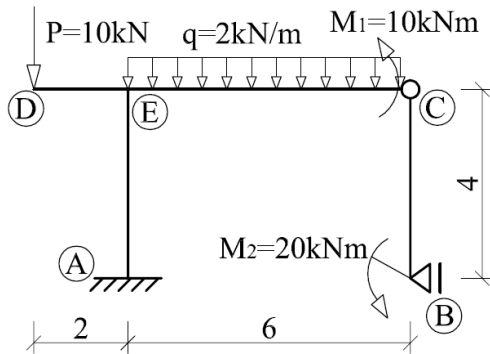


## Zadanie 7

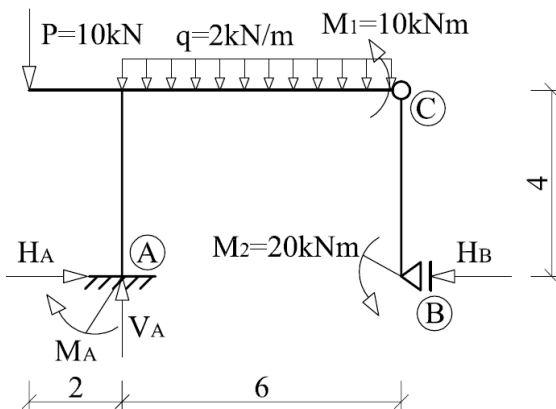
Narysować odkształconą postać ramy od zadanego obciążenia. Przeszyczenia na końcach przedziałów obliczyć z zasady prac wirtualnych.



Rozwiązanie:

Aby obliczyć przeszczenia w ramie z zasady prac wirtualnych, sporządzamy wykres momentów zginających od obciążenia zewnętrznego.

Zakładamy reakcje podporowe i piszemy równania równowagi statycznej



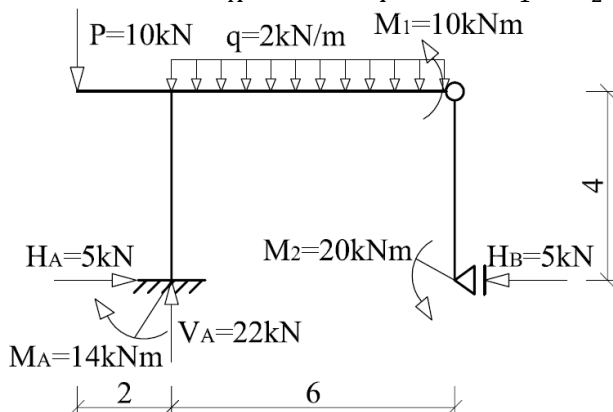
$$\sum m_C^{\delta \theta} = H_B \cdot 4 - M_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad H_B = \frac{1}{4} M_2 = \frac{1}{4} \cdot 20 = 5 \text{ kN}$$

$$\sum r_x = H_A - H_B = 0 \quad \Rightarrow \quad H_A = H_B = 5 \text{ kN}$$

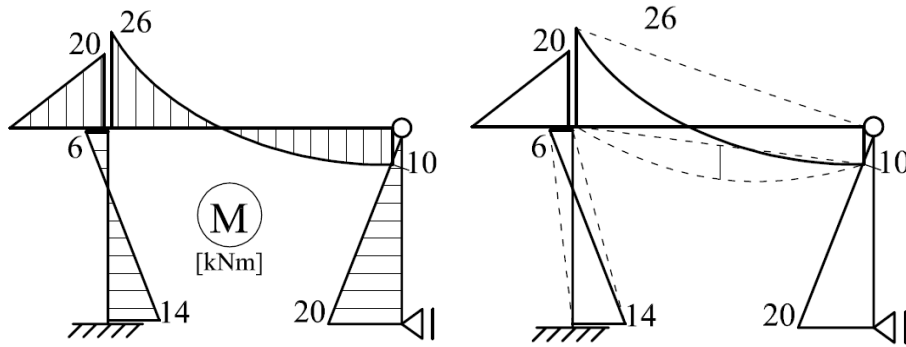
$$\sum r_y = V_A - P - q \cdot 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = P + q \cdot 6 = 10 + 2 \cdot 6 = 22 \text{ kN}$$

$$\sum m_A = M_A - P \cdot 2 + q \cdot 6 \cdot 3 - M_1 - M_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad M_A = P \cdot 2 - q \cdot 6 \cdot 3 + M_1 + M_2 = 10 \cdot 2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 + 10 + 20 = 14 \text{ kNm}$$

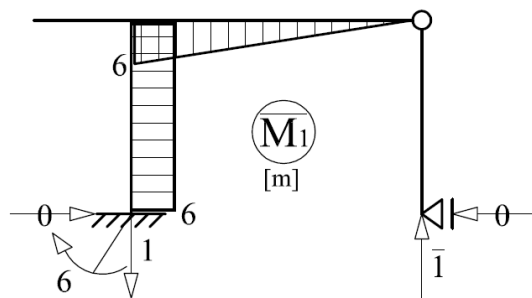


Sporządzamy wykres momentów i dzielimy go na figury proste potrzebne do całkowania graficznego.



Następnie wyznaczamy wszystkie możliwe przemieszczenia dla poszczególnych węzłów ramy

- Węzeł A (utwierdzenie)
  - przemieszczenie poziome  $u_A = 0$
  - przemieszczenie pionowe  $v_A = 0$
  - kąt obrotu  $\varphi_A = 0$
- Węzeł B (podpora przesuwna)
  - przemieszczenie poziome  $u_B = 0$
  - przemieszczenie pionowe  $v_B = ?$

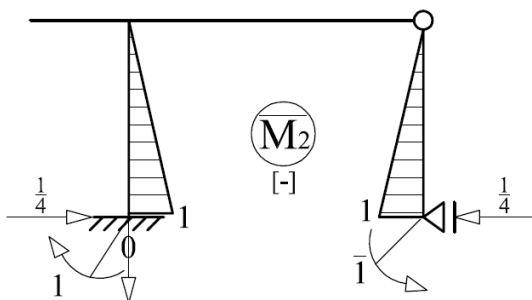


całkujemy graficznie wykres od obciążeń  $M$  z wykresem  $\bar{M}_1$  od „jedyinki” wirtualnej przyłożonej w miejscu poszukiwanego przemieszczenia

$$v_B = \frac{1}{EI} \left( -\frac{1}{2} \cdot 26 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot \frac{2 \cdot 6^2}{8} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot 6 \right)$$

$$= -\frac{48}{EI} \text{ [m]}$$

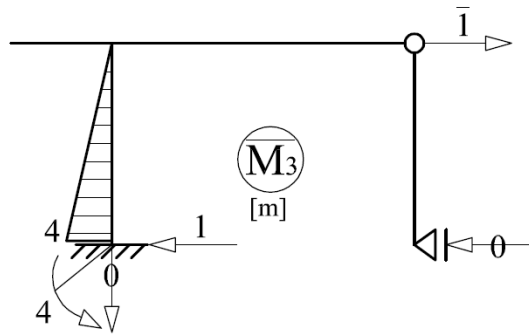
- kąt obrotu  $\varphi_B = ?$



$$\varphi_B = \frac{1}{EI} \left( -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{124}{3EI} \text{ [rad]}$$

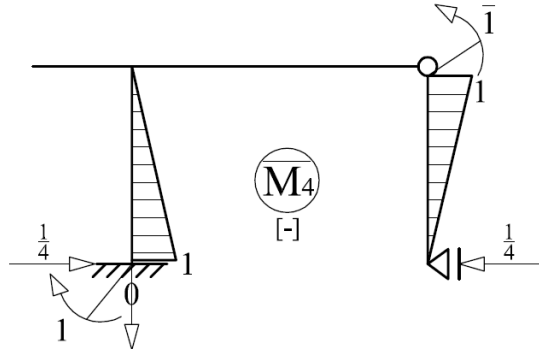
- Węzeł C (przegub)

- przemieszczenie poziome  $u_C = ?$



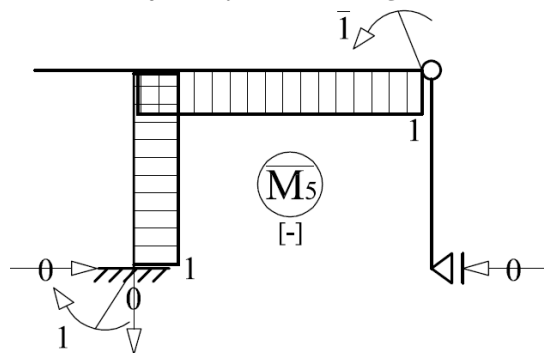
$$u_C = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \right) = -\frac{176}{3EI} \text{ [m]}$$

- przemieszczenie pionowe  $v_C = v_B = -\frac{48}{EI} \text{ [m]}$
- kąt obrotu z dolnej strony  $\varphi_C^D = ?$



$$\varphi_C^D = \frac{1}{EI} \left( -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{4}{3EI} \text{ [rad]}$$

- kąt obrotu z lewej strony  $\varphi_C^L = ?$

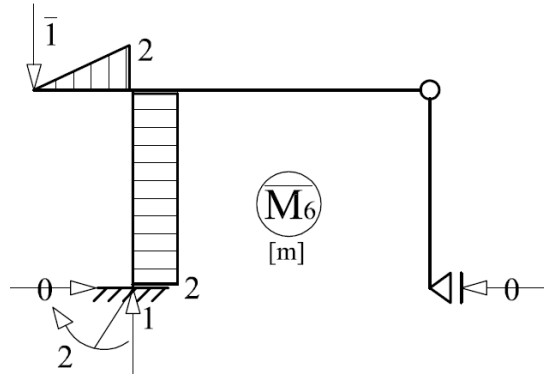


$$\varphi_C^L = \frac{1}{EI} \left( -\frac{1}{2} \cdot 26 \cdot 6 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{2 \cdot 6^2}{8} \cdot 6 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot 1 \right) = \frac{4}{EI} \text{ [rad]}$$

- Węzeł D (koniec wspornika)

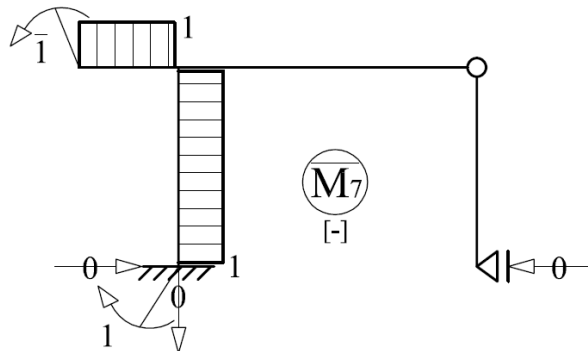
- przemieszczenie poziome  $u_D = u_C = -\frac{176}{3EI} \text{ [m]}$

- o przemieszczenie pionowe  $v_D = ?$



$$v_D = \frac{1}{EI} \left( -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \right) = \frac{176}{3EI} \text{ [m]}$$

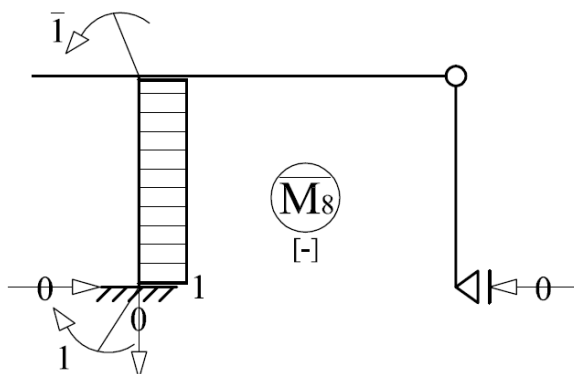
- o kąt obrotu  $\varphi_D = ?$



$$\varphi_D = \frac{1}{EI} \left( -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 2 \cdot 1 \right) = \frac{36}{EI} \text{ [rad]}$$

- Węzeł E

- o przemieszczenie poziome  $u_E = u_C = u_D = -\frac{176}{3EI} \text{ [m]}$
- o przemieszczenie pionowe  $v_E = v_A = 0$
- o kąt obrotu  $\varphi_E = ?$



$$\varphi_E = \frac{1}{EI} \left( -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot 1 \right) = \frac{16}{EI} \text{ [rad]}$$

c.d.n.