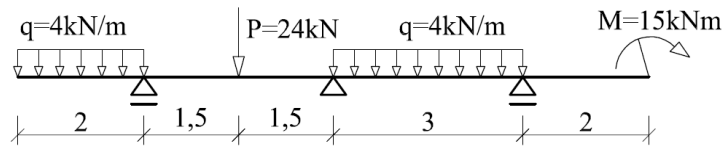


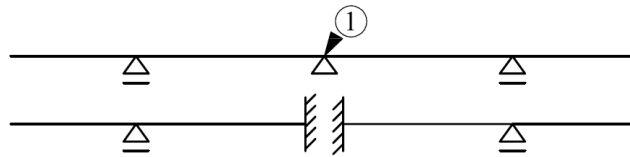
Zadanie 4

Sporządzić wykresy momentów zginających oraz sił tnących w belce metodą przemieszczeń.

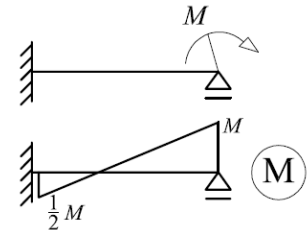


Rozwiązanie:

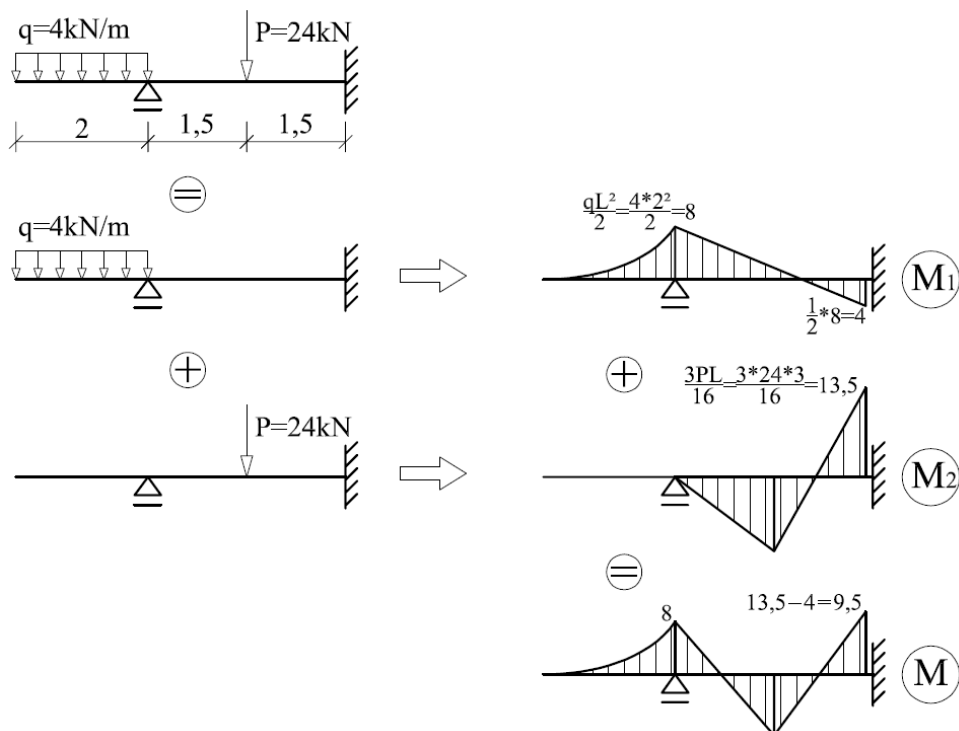
Dla zadanej belki zakładamy schemat podstawowy metody przemieszczeń. Wystarczające będzie zablokowanie obrotu nad środkową podporą. Otrzymujemy schemat jednokrotnie geometrycznie niewyznaczalny, który rozpatrujemy jako dwie belki (utwierdzenie – podpora przegubowa) ze wspornikami.



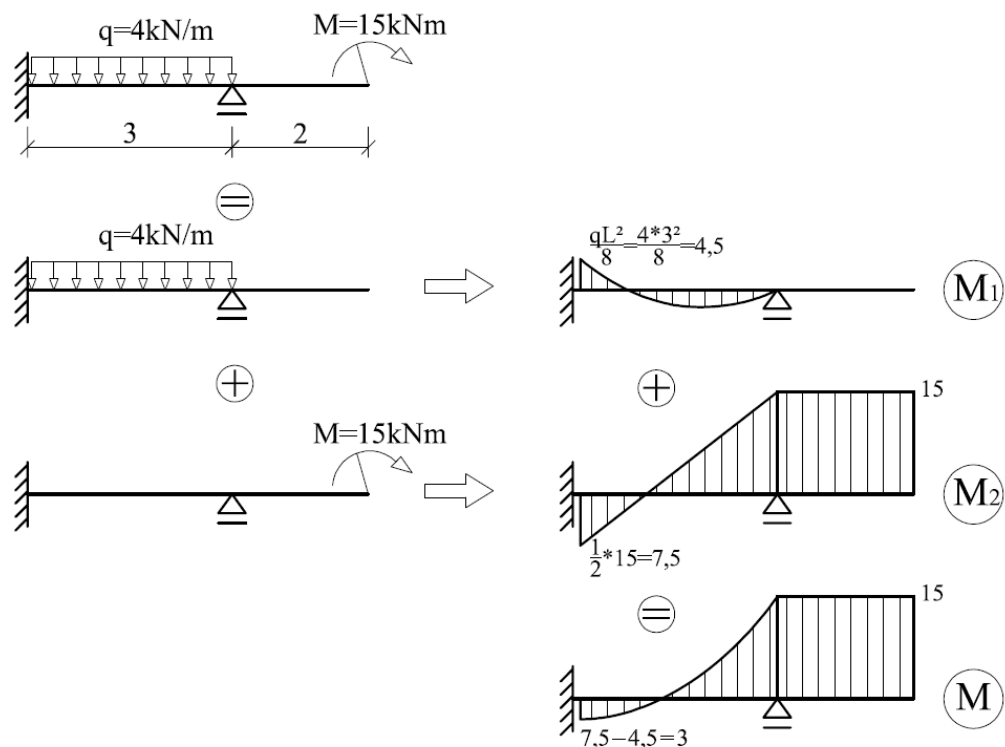
W celu sporządzenia wykresu momentów od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym korzystamy z zasady superpozycji obciążeń, pamiętając, że odpowiedzią na moment nad podporą przegubową (także na ten pochodzący ze wspornika) jest połowa jego wartości w utwierdzeniu.



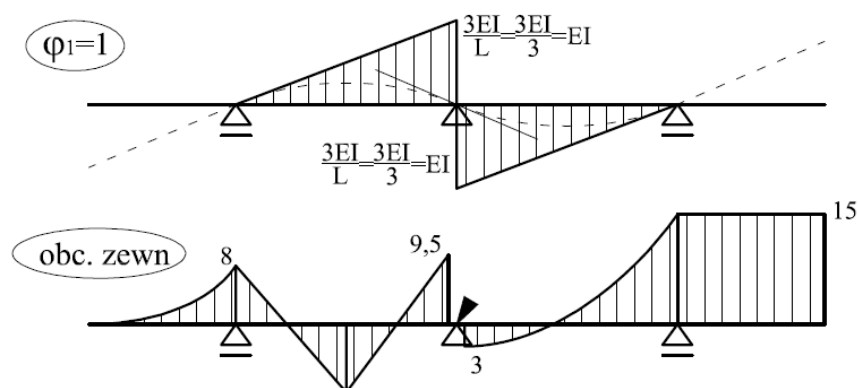
Obciążenie na lewej belce traktujemy jako sumę ciągłego na wsporniku i siły skupionej na przęśle. Dla każdego obciążenia składowego sporządzamy cząstkowe wykresy momentów M_1 , M_2 , które dodajemy do siebie, otrzymując wykres M od całego obciążenia.



Wykres M dla prawej belki sporządzamy analogicznie.



Wykresy momentów od jednostkowego wymuszenia obrotu węzła oraz od obciążeń zewnętrznych na schemacie podstawowym są następujące:



Wyznaczamy współczynniki równania kanonicznego metody przemieszczeń. Współczynnik k_{ij} stanowi sumę momentów w węźle z blokadą obrotu (i) na wykresie (j).

$$k_{11} = EI + EI = 2EI$$

$$k_{10} = 9,5 + 3 = 12,5$$

Rozwiązujemy równanie

$$k_{11}\varphi_1 + k_{10} = 0$$

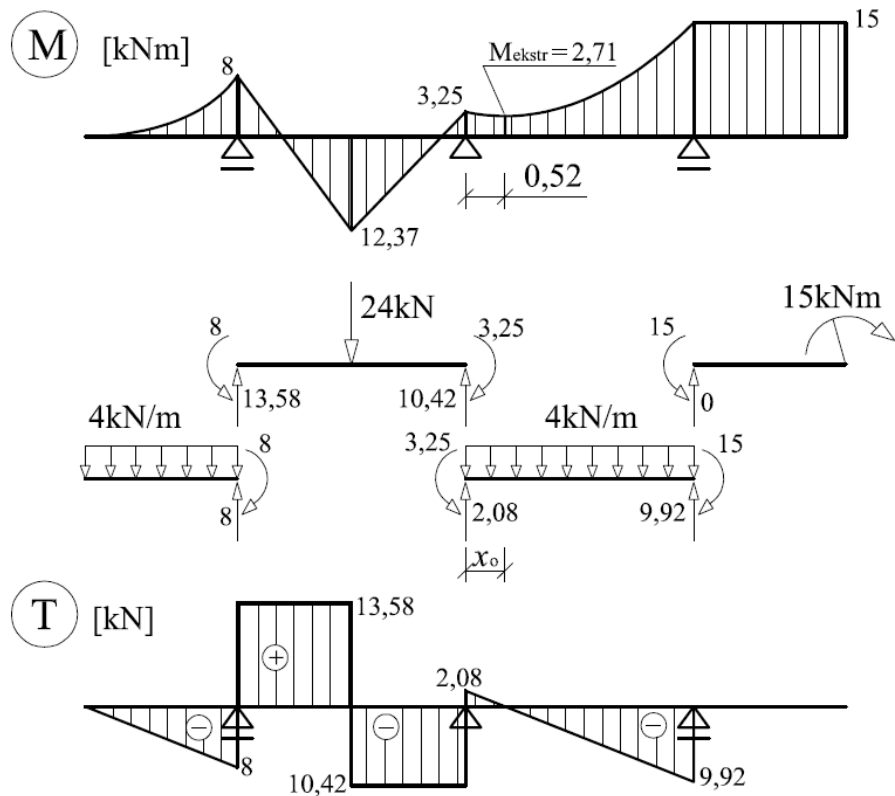
$$2EI\varphi_1 + 12,5 = 0$$

$$\varphi_1 = -6,25 \frac{1}{EI}$$

Ostatecznie wykres momentów zginających sporządzamy poprzez dodanie do siebie wykresów na schemacie podstawowym, korzystając z równania

$$M = M_{\varphi_1} \cdot \varphi_1 + M_{\text{obc.zewn.}}$$

Aby uzyskać wykres sił tnących, dzielimy belkę ciągłą na beleczki. Z warunków równowagi dla każdej beleczki uzyskujemy wartości sił poprzecznych (tnących).



Miejsce i wartość ekstremum momentu zginającego otrzymujemy następująco:

$$T(x_o) = 2,08 - 4x_o = 0 \quad \Rightarrow \quad x_o = 0,52 \text{ m}$$

$$M_{\text{ekstr}} = M(x_o) = -3,25 + 2,08 \cdot 0,52 - 4 \cdot \frac{0,52^2}{2} = -2,71 \text{ kNm}$$