

PRZYKŁADY ZADAŃ Z MECHANIKI OGÓLNEJ

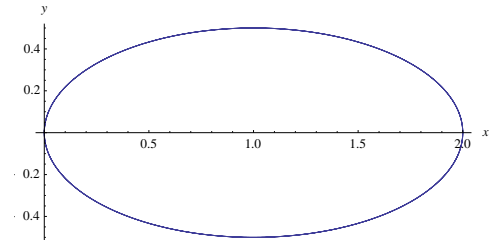
KINEMATYKA

1. Zapisać równanie toru, przedstawić tor na wykresie, wyznaczyć składowe prędkości i przyspieszenia, jeżeli równania ruchu punktu są następujące:

a)
$$\begin{cases} x = \cos 3t + 1 \\ y = 0,5 \sin 3t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -3 \sin 3t \\ \dot{y} = 1,5 \cos 3t \end{cases}$$

$$(x - 1)^2 + \left(\frac{y}{0,5}\right)^2 = 1 \quad - \text{elipsa}$$



b)
$$\begin{cases} x = 2 \cos^2 2t \\ y = 2 + \cos 4t \end{cases}$$

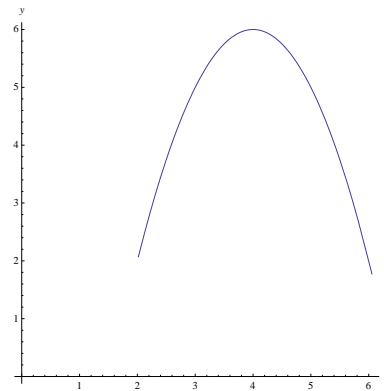
$$\begin{cases} \dot{x} = -8 \cos 2t \sin 2t \\ \dot{y} = -4 \sin 4t \end{cases}$$

$$y = x + 1 \quad - \text{prosta}$$

c)
$$\begin{cases} x = e^{2t} + 2 \\ y = 2 + 4e^{2t} - e^{4t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = 2e^{2t} \\ \dot{y} = 8e^{2t} - 4e^{4t} \end{cases}$$

$$y = -x^2 + 8x - 10 \quad - \text{parabola}$$



2. Wyznaczyć prędkość z równania ruchu punktu:

a) $x = e^{3t} \cdot \sqrt{t-1} \quad \dot{x} = \frac{e^{3t}(3t-2,5)}{\sqrt{t-1}}$

b) $x = \sin(\cos t) \quad \dot{x} = -\sin(t) \cdot \cos(\cos t)$

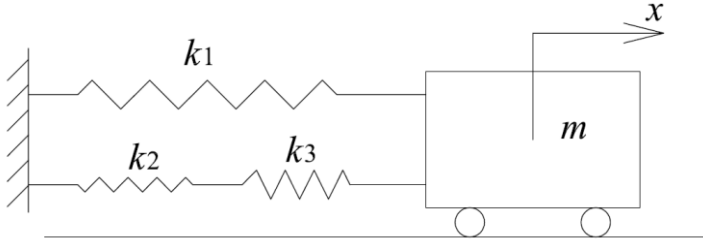
c) $x = \ln(3t^4) \quad \dot{x} = \frac{4}{t}$

d) $x = \ln(2e^{3t}) \quad \dot{x} = 3$

e) $x = e^{\cos 2t} \quad \dot{x} = -2 \sin(2t) \cdot e^{\cos 2t}$

DYNAMIKA

3. Wyznaczyć częstość kołową ω i okres drgań własnych T ciała o masie $m = 9$ kg zawieszonoego na układzie sprężyn jak na rysunku. Współczynniki sprężystości sprężyn (sztywności sprężyn) są: $k_1 = 15$ N/m, $k_2 = 6$ N/m, $k_3 = 4$ N/m.



$$k = 17,4 \text{ N/m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\sqrt{435}}{15} \text{ rad/s}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi\sqrt{435}}{29} \text{ s}$$

4. Rozwiązanie równania ruchu harmonicznego

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

jest postaci

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t.$$

Wyznaczyć stałe A i B , jeżeli

$$x(0) = 4 \text{ [m]}$$

$$\dot{x}(0) = 6 \text{ [m/s]}$$

$$\omega = 2 \text{ [1/s]}$$

$$A = 4 \text{ [m]}, \quad B = 3 \text{ [m]}$$