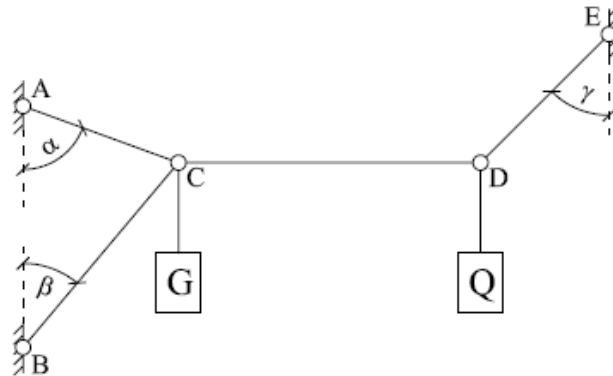


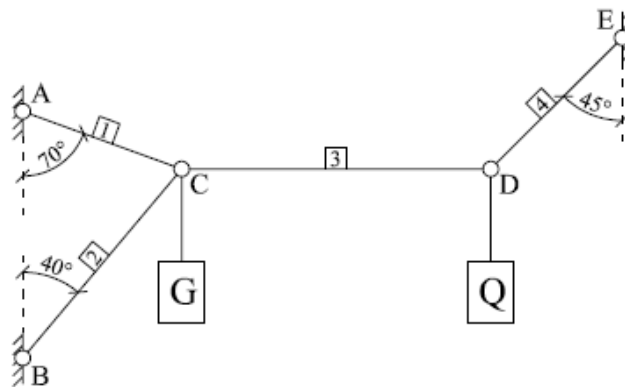
Zadanie 1

Wyznaczyć siły we wszystkich prętach, jeżeli ciężar G ma wartość 20 kN , Q jest równe 12 kN , a układ znajduje się w równowadze. Kąty oznaczone na rysunku wynoszą: $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 40^\circ$, $\gamma = 45^\circ$.

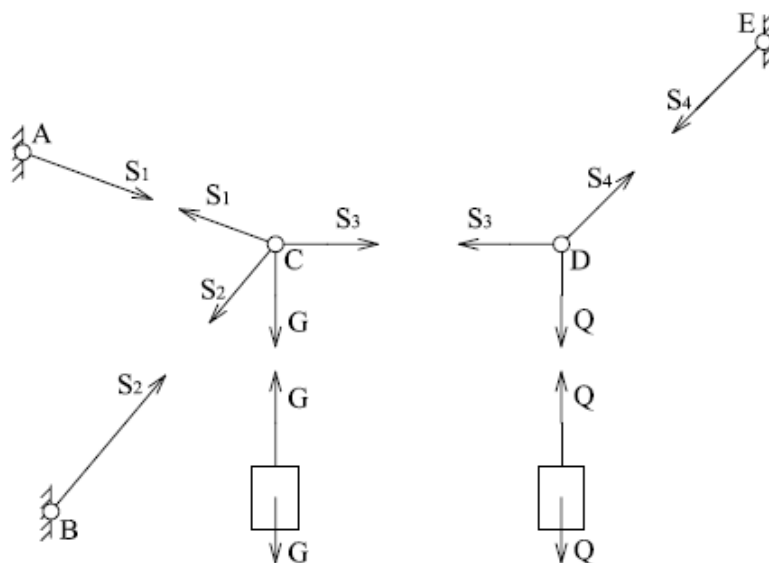


Rozwiązanie:

Numerujemy wszystkie pręty układu.



Następnie, stosując zasadę uwolnienia od więzów, zakładamy siły w poszczególnych prętach.



Układ jest w równowadze, zatem suma sił działających na dany element układu musi być równa zero.

W węźle C działa siła G o znanej wartości oraz niewiadome S_1 , S_2 i S_3 , zaś w węźle D siła Q oraz niewiadome S_3 i S_4 . Ponieważ w węźle D działa mniej sił o nieznanach wartościach, siły w prętach wyznaczamy zaczynając od zapisania równań równowagi dla węzła D.

Węzeł D umieszczamy w układzie współrzędnych $\{x_1, y_1\}$ i piszemy równania sumy rzutów sił na osie układu:

$$(1a) \quad \sum r_{x_1} = -S_3 + S_4 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

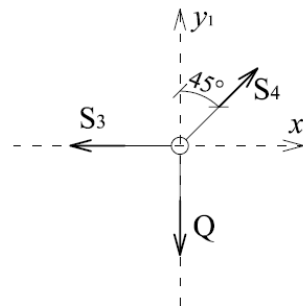
$$(1b) \quad \sum r_{y_1} = S_4 \cdot \cos 45^\circ - Q = 0$$

Z równania (1b) mamy

$$(2) \quad S_4 = \frac{Q}{\cos 45^\circ} = \frac{12}{\sqrt{2}/2} = 12\sqrt{2} \text{ kN}$$

co podstawiając do (1a) prowadzi do

$$(3) \quad S_3 = S_4 \cdot \sin 45^\circ = 12\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12 \text{ kN}$$



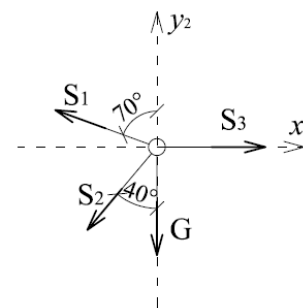
Następnie rozpatrujemy węzeł C, który umieszczamy w układzie współrzędnych $\{x_2, y_2\}$ i zapisujemy równania równowagi:

$$(4a) \quad \sum r_{x_2} = -S_1 \cdot \sin 70^\circ - S_2 \cdot \sin 40^\circ + S_3 = 0$$

$$(4b) \quad \sum r_{y_2} = S_1 \cdot \cos 70^\circ - S_2 \cdot \cos 40^\circ - G = 0$$

Podstawiamy wartości funkcji trygonometrycznych oraz znane wartości sił i otrzymujemy układ równań z dwoma niewiadomymi:

$$(5) \quad \begin{cases} -S_1 \cdot 0,940 - S_2 \cdot 0,643 + 12 = 0 \\ S_1 \cdot 0,342 - S_2 \cdot 0,766 - 20 = 0 \end{cases}$$



Rozwiązując układ równań, uzyskujemy wartości sił w prętach:

$$(6a) \quad S_1 = 23,46 \text{ kN}$$

$$(6b) \quad S_2 = -15,63 \text{ kN}$$

Wartość siły w pręcie S_2 jest ujemna, co oznacza, że rzeczywisty zwrot tej siły jest przeciwny do tego, który założyliśmy.

Odp.: Siły w prętach układu wynoszą: $S_1 = 23,46 \text{ kN}$, $S_2 = -15,63 \text{ kN}$, $S_3 = 12 \text{ kN}$, $S_4 = 12\sqrt{2} \text{ kN}$.