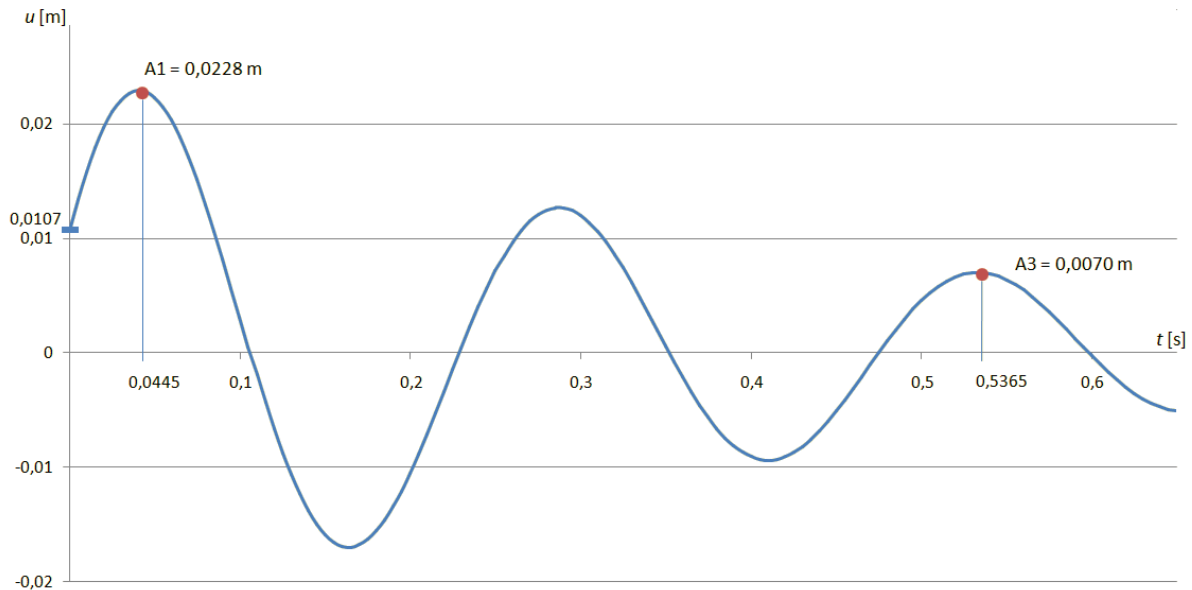


## Zadanie 1

Na podstawie wykresu drgań wyznaczyć ich okres i częstość kołową. Obliczyć częstość kołową drgań własnych. Napisać równanie tych drgań.



Rozwiązanie:

Wykres przedstawia przebieg drgań swobodnych tłumionych. Z wykresu odczytujemy czas wystąpienia pierwszej i trzeciej amplitudy, i na tej podstawie obliczamy okres

$$T_d = \frac{T_{A3} - T_{A1}}{2} = \frac{0,5365 - 0,0445}{2} = 0,246 \text{ s}$$

oraz częstość kołową drgań tłumionych

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = \frac{2\pi}{0,246} = 25,5414 \text{ rad/s}$$

Częstość kołową drgań własnych (nietłumionych) wyznaczamy ze wzoru

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

w którym liczba tłumienia  $\xi \cong \frac{\Delta}{2\pi}$ , gdzie logarytmiczny dekrement tłumienia

$$\Delta = \frac{1}{j} \ln \frac{u_1}{u_{j+1}} = \frac{1}{2} \ln \frac{A1}{A3} = \frac{1}{2} \ln \frac{0,0228}{0,0070} = 0,5904$$

zatem liczba tłumienia oraz częstość kołowa drgań własnych są równe:

$$\xi = \frac{0,5904}{2\pi} = 0,094$$

$$\omega_n = \frac{25,5414}{\sqrt{1 - 0,094^2}} = 25,6549 \text{ rad/s}$$

Ogólne równanie ruchu drgań swobodnych tłumionych jest postaci

$$u(t) = C e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t + \varphi)$$

Wyznaczamy kąt przesunięcia fazowego

$$\varphi = \omega_d \left( \frac{T_d}{4} - T_{A1} \right) = 25,5414 \left( \frac{0,246}{4} - 0,0445 \right) = 0,4342 \text{ rad}$$

Stałą  $C$  możemy wyznaczyć z warunku początkowego  $u(0) = 0,0107$  m

$$u(0) = C e^{-\xi \omega_n \cdot 0} \sin(\omega_d \cdot 0 + \varphi)$$

$$u(0) = C \sin \varphi$$

$$C = \frac{u(0)}{\sin \varphi} = \frac{0,0107}{\sin 0,4342} = 0,0254 \text{ m}$$

albo korzystając ze znanej wartości położenia w dowolnym czasie, np.  $u(0,0445) = A_1 = 0,0228$  m

$$u(0,0445) = C e^{-0,094 \cdot 25,6549 \cdot 0,0445} \cdot \sin(25,5414 \cdot 0,0445 + 0,4342)$$

$$C = \frac{u(0,0445)}{e^{-0,1073} \cdot \sin 1,5708} = \frac{0,0228}{e^{-0,1073} \cdot \sin 1,5708} = 0,0254 \text{ m}$$

Równanie ruchu ma postać

$$u(t) = 0,0254 e^{-2,41156 t} \sin(25,5414 t + 0,4342)$$